Научная монография

Великая теорема Ферма и ABC-гипотеза в школе XXI

Простые числа, как метаязык Вселенной

Марат Авдыев

$$\mathbf{B}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{n}} \not\simeq \mathbf{B}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{n}} \backslash \mathbf{B}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}}, \mathbf{n} > \mathbf{2}$$

$$\nexists f : \{S_j\} \longrightarrow \{\ldots S_i\}$$

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17...

Союз "Сибирский Центр медиации"
2024

Теорема Ферма и ABC-гипотеза в школе XXI века

УДК 511, 515.16 530.1, 37.013

М. А. Авдыев. Монография Великая теорема Ферма и ABC-гипотеза в школе XXI. Простые числа как метаязык Вселенной.

Издательство Союз Сибирский Центр медиации 2024 280 стр.

В 1637 году Пьер де Ферма написал на полях "Диофантовой арифметики что он нашел воистину чудесное доказательство неразрешимости уравнения Диофанта $a^n + b^n = c^n$, где натуральный показатель степени n > 2, но узкие поля книг не позволили ему привести полное доказательство. Существует ли короткий и простой способ доказать Великую теорему Ферма? ABC гипотеза утверждает, что для трёх взаимно-простых чисел удовлетворяющих соотношению $a + b = c$, произведение простых делителей a, b и c обычно ненамного меньше c. Обе теоремы формулируются очень просто, но чрезвычайно сложно доказываются. Сотни страниц были потрачены выдающимися математиками Западного мира на поиск доказательств, и научный поиск продолжается. В этой работе автор приводит методы доказательства, понятные школьникам и студентам на основе синтеза ряда наук, включая физику. Сделано обобщение о роли простых чисел во Вселенной. Теория чисел играет интересную роль в педагогике.

M. A. Avdiyev. Monograph Fermat's Last Theorem and the ABC hypothesis in School XXI. Prime numbers as the metalanguage of the universe.

Publishing by Union Siberian Center of mediation 2024

In 1637, Pierre de Fermat wrote in the margins of Diophantine Arithmetic that he had discovered a remarkable proof of the insolubility of the Diophantine equation $a^n + b^n = c^n$, where the natural exponent of degree n > 2. However, the limited space available in the book prevented him from presenting a comprehensive proof. Is there a succinct and straightforward proof of Fermat's Last Theorem? The ABC conjecture posits that for three mutually prime numbers satisfying the ratio $a + b = c$, the product of the prime divisors a, b and c is typically not significantly less than c. Both theorems are formulated in a relatively simple manner, yet they are exceedingly challenging to prove. Prominent mathematicians from the Western world have dedicated hundreds of pages to searching for evidence, and the scientific search continues. In this work, the author presents proof methods that are accessible to schoolchildren and students and are based on the synthesis of several sciences, including physics. A generalization has been made about the role of prime numbers in the universe. Number theory plays an intriguing role in pedagogy.

https://emediator.ru

Publisher

Дата публикации: сентябрь 2024 Сибирский Центр медиации

Союз

Предисловие

2 Почему были выбраны Великая теорема и ABC-гипотеза?

Почему автор выбрал в качестве объекта исследования Великую теорему Ферма (ВТФ) и ABC-гипотезу? - Потому что обе проблемы формулируются очень просто, но чрезвычайно сложно доказываются. Пожалуй, нет такого школьника, который не слышал бы о Великой теореме, справедливо относимой к математическим жемчужинам. Не меньший интерес представляет ABC-гипотеза, которая оказалась не настолько популярной среди широкой аудитории читателей, но также обросла своими легендами, прежде всего из-за беспрецедентно объемного доказательства талантливейшего математика из Токийского университета.

Изначально автору удалось доказать ВТФ с помощью высшей математики, анализа устойчивости гипотетической конструкции в виде трех вложенных гиперкубов. Оказалось, что любая малейшая флуктуация неизбежно приводит к уничтожению симметрии конструкции. Это показалось очень странным, ведь материализм постулирует постоянное движение. В этом сложном виде автор пересказывал ВТФ перед разными аудиториями слушателей, включая студентов гуманитарного профиля, одновременно продолжая поиск простого доказательства путём создания учебных фильмов, 3D-моделирования, написания книги "Восхождение к вершине гиперкуба", заочно споря с апологетами про-американской версии доказательства. Их деструктивная критика, порою на условиях анонимности, также сыграли положительную роль в поиске простого, но одновременно математически строгого доказательства - оно приведено в главе 2 книги.

Тем не менее краткая версия доказательства ВТФ - российская версия встретила прохладный приём адептов про-западной науки. Возникала новая проблема - отсутствие системы государственной регистрации научных открытий в России. Эта система была полностью уничтожена в период неоправданных ожиданий от органичной интеграции российской науки в общемировую - (читайте - в Западную), есть лишь одна официально признанная ста сорока страничная Американская версия доказательства ВТФ, и это - Истина в конечной инстанции!

В этой монографии изложены российские версии доказательств обеих математических жемчужин. Они доступны понимания широкой аудитории - школьникам старших классов. Это миллиарды людей на Земле. С этой целью в монографии - Гл. 4, 5 сделан перевод и на английский язык, остающийся латынью XXI века. Вместе с тем экономика, торговля, финансы и технологии стремительно набирают темп в странах Азиатско-Тихоокеанского региона, а мир становится многополярным. Быть может, благодаря читательской поддержке и технологиям подготовки научных текстов, появятся переводы и на другие языки.

Автор убеждён, что «открытие по плечу» каждому школьнику, что искусственный интеллект должен служить человеку, усиливая его научный потенциал, а не становиться инструментом верификации доказательства и единственным критерием истинности (такая негативная тенденция прослеживается в Западной математике, ориентированной на поиск доказательств, доступных для понимания лишь узким кругом избранных авторитетов).

Современная школьная программа далека от сбалансированности, она перегружена разрозненными фактами, сведениями. Поиск наглядного, краткого доказательства ВТФ - это повод задуматься над системностью школьного образования, отвечающего нуждам XXI века в условиях острого противостояния России со странами объединённого Запада. Здесь идут в ход недобросовестные приёмы: лже-научные экспертизы, подмена обсуждаемого тезиса (проще говоря, демагогия), постоянно изменчивая позиция, анонимки, личные выпады, отказ от диалога и др. Здесь пригодился многолетний опыт Союза Сибирский Центр медиации по борьбе с «грязными приёмами» в конфликтах. Именно благодаря поддержке этой организации была создана данная монография.

Школьники изучают слоистое строение Земной коры, теорему Пифагора, скалярное произведение векторов, закон сохранения вещества при химических реакциях, конгруэнтность фигур, симметрию. Ряд базовых понятий из высшей математики, например, понятие однородности, изотропности пространства преподают на уроках природоведения, труда и физики. С помощью принципов симметрии поддаются решению задачи, требующие в общем случае знания основ интегрирования и дифференцирования, умения решать системы дифференциальных уравнений в частных производных. Наконец, уроки черчения и астрономии, изучение памятников мирового культурного наследия, основ логики и философии — всё это поможет в поиске доказательства ВТФ с опорой на школьные знания. Налицо преимущества междисциплинарного подхода.

Автор убеждён, что излагаемая в данной публикации краткая версия ВТФ способствует концентрации внимания, стимулирует интерес к творческой учёбе у школьников и студентов. Но есть и более веская причина - борьба с предубеждением. И не случайно глава 6 книги посвящена борьбе с ошибочными предубеждениями в науке. С этих позиций Великая головоломка может рассматриваться как индикатор суверенизации российской науки. Закономерно враждебное отношение апологетов Западных стран к такому доказательству, поскольку оно оспаривает господствующие стереотипы о лидерских позициях США в точных науках. Об этом будет рассказано в главе 6.

Помимо цитат ниже в тексте курсивом либо цветом отмечены научные термины, значение которых подробно раскрыто в списке прилагаемой литературы и на специализированных сайтах, форумах, посвященных точным наукам.

Оглавление

Список таблиц

1 Именно с позиции Физики!

Можно значительно упростить доказательство теоремы и сократить объём искомого решения за счёт применения ряда физических принципов:

- Изотропность и однородность пространства;
- Выявление повторяемых структур и симметрии;
- Механическая аналогия и эвристический поиск;
- Применение принципа подобия объектов;
- Выбор надлежащей системы координат и форм фигур, адекватных исследуемым объектам;
- Мысленный эксперимент.

Скептики продолжают считать, что Пьер де Ферма, вероятнее всего, заблуждался. Между тем, последовательное применение основных принципов физики, геометрии заставляют думать иначе. Работа над теоремой Ферма придала импульс развитию теории чисел, которая также описывает законы физического мира, но опосредовано. Смена парадигмы позволяет увидеть эту связь в наглядном представлении. Драматическая история открытия теоремы Ферма и поиск наглядных доказательств должны стать частью школьной / вузовской подготовки. Продолжает тему теории чисел в этой монографии ABC-гипотеза (ABC conjecture). Она также доказана, прежде всего, с позиции физики, что позволяет значительно упростить изложение и не потерять главную идею доказательства: простые числа связывают макромир с микромиром, который в свою очередь, подчиняется законам квантовой физики. В основе обеих доказательств лежат принципы симметрии и асимметрии, возможность выделения частного из целого и понимание тонкой грани между связью и взаимодействием. Обычно эти вопросы рассматриваются с использованием сложного математического аппарата и физики. Но в наш век почти каждого человека на Земле окружают устройства, где используются названные принципы, а школьная программа уже привычно оперирует такими понятиями как лазер, квантовый компьютер. Становится привычным дистанционное взаимодействие с государственными органами и банками с помощью квалифицированной электронной подписи, финансовые транзакции уже сейчас защищаются с помощью квантовой криптографии и т.д.. И поэтому рискнём изложить материал языком, доступным для самой широкой аудитории.

It is possible to significantly simplify the proof of the theorem and reduce the amount of the desired solution by applying a number of physical principles:

- Isotropy and uniformity of space;
- Identification of repeatable structures and symmetries;
- Mechanical analogy and heuristic search;
- Application of the principle of similarity of objects;

- Selection of the appropriate coordinate system and shapes of shapes adequate to the objects under study;
- is a thought experiment.

Those with a skeptical outlook continue to believe that Pierre de Fermat was most likely mistaken. Meanwhile, the consistent application of the fundamental principles of physics and geometry prompts a shift in perspective. The investigation of Fermat's theorem provided a catalyst for the advancement of number theory, which also elucidates the fundamental principles governing the physical universe, albeit in an indirect manner. The paradigm shift permits the establishment of a visual representation of this connection. It is recommended that the remarkable account of Fermat's theorem and the pursuit of visual corroboration be incorporated into the curriculum of academic institutions. This monograph continues the discussion of number theory with reference to the ABC hypothesis. It is also demonstrated, initially from the perspective of physics, which enables a substantial reduction in complexity in the presentation while maintaining the fundamental premise of the proof: prime numbers bridge the gap between the macrocosm and the microcosm, which in turn adheres to the tenets of quantum physics. Both proofs are founded upon the principles of symmetry and asymmetry, the capacity to differentiate between the specific and the general, and the ability to discern the subtle distinction between communication and interaction. These issues are typically addressed through the use of sophisticated mathematical tools and physics. In the present era, however, almost every individual on Earth is surrounded by devices that utilise these principles. Furthermore, the school curriculum already incorporates concepts such as lasers and quantum computers. The use of a qualified electronic signature for remote interaction with government agencies and banks is becoming increasingly commonplace, while financial transactions are already protected using quantum cryptography. Consequently, we will present the material in a language accessible to the widest audience.

Зачем школьнику ВТФ? 2

1 Введение

Почти четыре столетия мир бился над решением Великой теоремы Ферма. Есть доказательство сотню с лишним страниц для специалистов в теории чисел, но его невозможно пересказать. Попробуем рассмотреть теорему Ферма с позиции физики и геометрии. Именно с этих позиций Пьер де Ферма мог найти решение, основные идеи которого схематично уместились бы на достаточно широких полях книги, в нескольких рисунках. Однако господствующие на протяжении столетий в математике парадигмы оказали сильное препятствие в нахождении решения в том направлении, которое, выражаясь современным языком, является эффективным. Скептики продолжают считать, что Пьер де Ферма, вероятнее всего, заблуждался. Между тем, последовательное применение основных принципов физики, геометрии, мысленного эксперимента заставляют думать иначе. История открытия теоремы Ферма должна стать частью школьной / вузовской подготовки. В самом деле, суть доказательства укладывается в одной формуле и одном рисунке.

Важно отметить, что наряду с Великой теоремой Ферма существует также Малая теорема Ферма в теории чисел.
Здесь речь идет только Великой теоремой Ферма
(Fermat's Last Theorem).

Почему шар и куб гомеоморфны? И что такое гомеоморфизм? Какую роль играют однородность и изотропность пространства, симметрия в поисках математического доказательства? Почему в Великой теореме Ферма возникает фатальный конфликт между формой и содержанием? Обсудив эти вопросы, мы сделаем обобщения и выводы о фундаментальных свойствах нашей Вселенной.

В данной публикации приведено доказательство Великой теоремы Ферма (ВТФ) без математического формализма. Автор приводит версию краткого доказательства ВТФ с опорой преимущественно на школьные знания физики, информатики и др. школьных предметов. С позиции инженерного подхода понимание основ теории множеств и аксиом Евклида можно проиллюстрировать с помощью 3D- моделирования, конструирования и обобщить результаты на многомерное пространство.

2 Формулировка теоремы

Великая теорема Ферма была сформулирована Пьером де Ферма в 1637 г. Она утверждает, что следующее Диофантово уравнение:

$$a^n + b^n = c^n \tag{2.1}$$

не имеет решений в целых числах $\mathbb{Z}$, за исключением нулевых значений, для $n > 2$. Случай степени $n = 2$ известен в школьном курсе под названием теорема Пифагора. Эйлер в 1770 году доказал теорему (2.1) для n=3, Дирихле и Лежандр в 1825 году - для $n = 5$, Ламе - для $n = 7$. В 1994 году профессор Принстонского университета Эндрю Уайлс [Wil95], [BG94] доказал (2.1) для всех n, но это доказательство, содержащее более ста страниц, понятно математикам, специализирующимся в области теории чисел и цилиндрических функций. Возникает проблема верификации доказательства американской версии.

[Wil95]: Wiles (1995), «Modular Elliptic Curves and Fermat's Last Theorem»

[BG94]: Boston и др. (1994), «The World's Most Famous Math Problem (The Proof of Fermat's Last Theorem and Other Mathematical Mysteries)i By Marilyn vos Savant»

К числу Диофантовых уравнений относятся Великая теорема Ферма и теорема Пифагора. В 1900 г. немецкий математик Давид Гильберт сформулировал список из 23 математических задач, II Международном конгрессе математиков в Париже, включая Десятую проблему, которую в нескольких словах можно выразить так: «Пусть задано Диофантово уравнение с произвольными неизвестными и целыми рациональными числовыми коэффициентами. Указать способ, при помощи которого возможно после конечного числа операций установить, разрешимо ли это уравнение в целых, рациональных числах.» Спустя 170 лет Советский математик Юрий Владимирович Матиясевич доказал, что общего алгоритма не существует [Мат70] см. также популярную публикацию в журнале "Квант"[Мат93] Тем не менее, для некоторых случаев, понять разрешимо ли Диофантово уравнение, могут школьники, не прибегая к вычислениям, опираясь на методы

[Мат70]: Матиясевич (1970), «Диофантовость перечислимых множеств»

[Мат93]: Матиясевич (1993), «Десятая проблема Гильберта» геометрической алгебры, симметрию, аналогию и фундаментальные свойства многомерного пространства, см. [МА20].

[МА20]: М.А. (2020), «Теорема Ферма с позиции физики в школе»

ВТФ сформулирована Пьером де Ферма на полях книги Арифметика Диофанта Александрийского (III НЭ) [Дио07]. Пьер де Ферма написал на узких полях книги, что отыскал воистину чудесное доказательство, но узкие поля не позволяют ему привести доказательство в полном объеме. Впоследствии потомки оболгали французского математика, и посчитали что он допустил легковесное суждение, проще говоря, хвастал и лгал. Основанием для такого утверждения стало канонизированное доказательство Эндрю Уайлса, на сто с лишним страниц, за что ему была присуждена престижная Абелевская премия в 2016г. Впоследствии Эндрю Уайлс стал деканом математический факультета Принстонского университета,входящего в Лигу Плюща. Но научный поиск нельзя остановить даже после раздачи самых престижных наград, а дисгармония между краткой формулировкой [Эдв80] и сложным доказательством ВТФ лишь подзадоривает [Син00] дерзких исследований. - Почему бы и не доказать проще? [Риб03] Истина - это процесс, а не финал.

[Дио07]: Диофант (2007), Арифметика и книга о многоугольных числах

[Эдв80]: Эдвардс (1980), Последняя теорема Ферма

[Син00]: Сингх (2000), Великая теорема Ферма

[Риб03]: Рибенбойм (2003), Последняя теорема Ферма для любителей

3 Человеческий разум против искусственного интеллекта

Существуют ли короткие и простые способы доказательства Великой теоремы Ферма? Нужно ли для этого тратить сто или более страниц и прибегать к помощи искусственного интеллекта? Российские краткие версии доказательств обеих теорем в теории чисел основаны на "другом подходе о которым пишет Миньён Ким (Minhyong Kim), математик из Оксфордского университета, считает: Использовать идеи физиков для решения задач теории чисел можно, но мы еще недостаточно хорошо продумали, как создать такую основу [Har17]. И еще одна его цитата: Мы находимся в точке, когда наше понимание физики достаточно зрело, и есть достаточно теоретиков чисел, заинтересованных в ней, чтобы сделать толчок (там же).

[Har17]: Hartnett (2017), «Mathematicians Explore Mirror Link between Two Geometric Worlds»

Автор придерживается принципа просто о сложном, продолжая традиции отечественных учёных в теории чисел, например в [Хин23].

[Хин23]: Хинчин (2023), Три жемчужины теории чисел

Ответ на вопрос, существует ли быстрый и простой способ доказательства Великой теоремы Ферма утвердительный. И этот способ включает в себя серию мысленных экспериментов, а также философское осмысление основ нашего мироздания.

Рассмотрим конструкцию из трех концентрических вложенных n-кубов или шаров с центрами в начале координат, рёбр или радиусы которых равны натуральным числам a, b, c. Заметим, не меняя общности, что натуральные числа в формуле (2.1) связаны как $a < b < c$, а ситуация равенства ребер $a = b$ исключена в силу иррациональности $\sqrt[n]{2}$. Случай отрицательных чисел можно рассмотреть путём переноса члена в другую часть уравнения (2.1) и замены переменных - достаточно доказать теорему для случая $a, b, c \in \mathbb{N}_1$ (индекс 1 обозначает множество натуральных чисел, исключая ноль, в отличие $\mathbb{N}_0$ в эпоху цифры, где те же массивы в ряде программных языков нумеруются с нуля) и обобщить результат на целые числа $\mathbb{Z}$.

Рис. 3.1: Пьер де Ферма 1607-1665 . Главной заслугой Ферма по праву считается создание теории чисел. Ферма широко известен благодаря Великой теореме Ферма. Теорема была сформулирована им в 1637 году, на полях книги «Арифметика» Диофанта с припиской: я нашёл чудесное доказательство этой теоремы, но поля книги слишком узки, чтобы изложить его.

4 Мысленные эксперименты

Мысленный эксперимент - это гипотетическая ситуации, используемая для объяснения явления, через которые можно было бы получить результаты, если бы эксперимент действительно состоялся. Это ресурс воображения, обладающий достаточной логикой, чтобы можно было представить себе связные результаты.

Попробуем создать на основе ВТФ некоторую конструкцию. Рассмотрим проект состоящий из трёх вложенных центрированных n-кубов (шаров), a-Малый, b-Средний и c-Большой, общий центр которых совпадает с началом координат с рёбрами (радиусами) $a, b, c \in \mathbb{N}_1$, при условии следующего соотношениями между объёмами фигур: $V(B_a^n) = V(B_c^n) - V(B_b^n)$. V — это обозначение объёма. Заметим, что для $n > 3$ вместо объёма следует использовать меру, определенную ниже.

Заметим, что любой куб можно путем непрерывных и обратимых деформаций (гомеоморфизм) превратить в шар и наоборот [Вир10] - Гл. 2 § 10, 4. В топологии такие фигуры называют гомеоморфными . Поэтому ниже изложение переходит от n-куба к многомерному шару (в математике принято обозначение B_a^n где a — радиус шара, n — размерность пространства) тогда, когда это позволяет упростить изложение.

[Вир10]: Виро О Я Иванов О А (2010), Элементарная топология

Помним, что для n > 3 вместо объёма следует использовать аксиоматически определяемое понятие меры, важным свойством которого является положительность значений и аддитивность, т. е. при объединении фигур их меры складываются, что не просто удобно для физических измерений массы, длины, площади, объёма, но и выражает свойство материи нашего мира (например, закон сохранения количества вещества в ходе движения и при химических реакциях).

Аддитивность (от лат. additivus — прибавляемый) — свойство величины, состоящее в том, что её значение, соответствующее целому объекту, равно сумме её значений, соответствующих частям объекта при любом разбиении его на части.

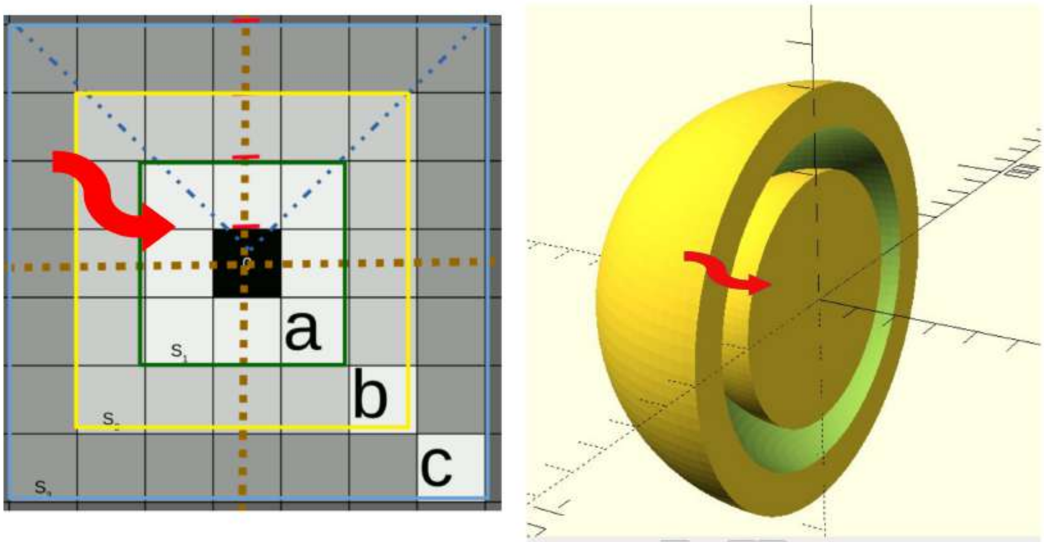


Рис. 4.2: Слева - концентрические n-кубы и справа - шары с целочисленными рёбрми / радиусами a, b, c

Мы получили конструкцию, не существующую в природе для случая n > 2, это удивительно! Несложно убедиться в неосуществимости рассматриваемого инженерного проекта.

Definition 4.1 Имя Евклида в XXI веке. В современном понимании под евклидовым пространством подразумевается один из сходных и тесно связанных объектов:

конечномерное вещественное векторное пространство с введённым на нём положительно определённым скалярным произведением либо метрическое пространство, соответствующее такому векторному пространству.

В самом деле, если конструкция на Рис. 4.2 существует, что обозначается квантором ∃, то в силу постулируемой однородности евклидова пространства можно переместить, как это символизируют стрелки на Рис. 4.2, поменять местами, сопоставить ∀- любую точку / единичный куб из малого шара в соответствие другой точке / единичному кубу исследуемого подмножества пространства между средним и большим шарами так, чтобы не разрушить симметрию конструкции, не допустить неоднородностей либо пустот. Но эти подмножества (проще говоря части конструкции) не эквивалентны, а их объёмы (меры) не будут равны: $V(B_a^n) \neq V(B_c^n) - V(B_b^n)$. Или на языке теории множеств $B_a^n \not\equiv (B_c^n) \backslash V(B_b^n)$, где знак \ означает вычитание множеств, а знак ≡ - гомеоморфизм, о котором еще будет сказано ниже.

Теория множеств - через 3D моделирование

На Рис. 4.2 справа использовано кросс-платформенное приложение OpenScad, которое помимо чисто инженерных приложений является прекрасным инструментом для изучения теории множеств, операций над множествами, ассоциативного закона [Кин]. Самый обычный металлический молоток на деревянной ручке можно рассматривать как результат операций вычитаний над множествами difference, объединения - union, пересечение intersection ручки и собственно металлической части молотка. Учебных примеров кода программ предостаточно для наглядной изложения понятий множество, подмножество, универсальное множество U, пустое множество ∅, дополнение множества и т.д.. Не пора ли в XXI веке изучать в школе основы теории множеств через 3D моделирование?

[Кин]: Кинтел (), OpenSCAD - это программа для создания твердотельных 3D-моделей САПР. Это свободное программное обеспечение распространяется под лицензией GPL работает под операционными системами Linux / UNIX, Windows и Mac OS X

5 Проект, моделирующий ВТФ

Можно ли построить конструкцию в виде трёх концентрических (гипер)кубов, моделирующий ВТФ? Допустим по заказу "капризной рок-звезды"необходимо построить дом из трёх кубических комнат: студии, охватывающей её кофейни, охватывающего кофейню зимнего сада, да так чтобы объём студии был равен объёму пространства между зимним садом и кофейней в целых кубометрах, литрах, кубических дюймах и т.д.? - Как будет доказано ниже, этот проект неосуществим в любых единицах измерения длины ребра комнат и объёма пространства комнат - одно из рёбер трёх перечисленных комнат обязательно должно быть иррациональным числом.

Препятствие заключается в том, что фигура, моделируемая формулой (2.1) должна обладать свойством центральной симметрии и не может содержать неоднородностей. Эти ограничения приводят к тому, что в результате каждый слой на Рис. 4.2 не сопоставим ни с каким другим слоем в пространстве размерностью $n > 2$. Свойство аддитивности и аксиома меры здесь не применимы — неправомерна сама постановка вопроса о послойном сравнении. С другой стороны возможность послойного сравнения слоёв требует симметрия конструкции, допускающая сложение/ вычитание / сокращение мер (объёмов для 3D- случая, площадей для случая 2D, длин для случая 1D)

Сложение / вычитание / сокращение мер - именно такие операции допустимы в однородном материале. Однородность евклидова пространства постулируется

Математики Древней Греции ввели понятие несоизмеримости линейных отрезков, как например $\sqrt{2}$ и 1. Здесь мы столкнемся с подобным, но и одновременно новым явлением. Убедимся, что преследуя условие равенства объёмов подмножеств исследуемой конструкции $V(B_a^n) = V(B_c^n) - V(B_b^n)$ и центральной симметрии взаимно исключают друг друга. В общем случае эти подмножества не эквивалентны. В этом и заключается основная идея доказательства.

6 Симметрия. Изотропность и однородность пространства

Будем различать открытый шар и отхватывающую его сферу. Сфера является так называемым слоем для замыкаемого им/ею шара или n-куба. Сфера имеет размерность на единицу меньше, чем шар. Эти утверждения известны из школьных уроков математики. Вспомните формулы для длины окружности $2\pi R$ и площади круга

πR^2, площади сферы $\frac{4}{3}\pi R^3$ и объёма шара. Интересно представить, что в одномерном мире мы получили бы открытый шар в виде отрезка, исключая его конечные точки, или нульмерные сферы, расположенные на расстоянии r от начала координат. Ниже показана сферы для 3D, 2D шаров - такие многообразия имеют размерность на единицу меньше, чем замыкаемые ими фигуры. Не случайно здесь стоит знак гомеоморфизма $\cong$ фигур.

Представим себе, что мы рассекаем нашу n-мерную сферу гиперплоскостями, начиная с простого случая четырехмерного пространства. Что мы увидим? - Трехмерную сферу с центром в начале координат, как результат пересечения четырехмерной сферы с трехмерным подпространством $\mathbb{R}^3$. Различаются открытые Северное и Южное полушария, при этом экватор исключается. Экватор становится меридианом, если повернуть фигуру под прямым углом. Для 3D случая получим обычный шар, напоминающий футбольный мяч, замкнутый 2D сферой или окружностью. Исключаем из сферы произвольный меридиан.

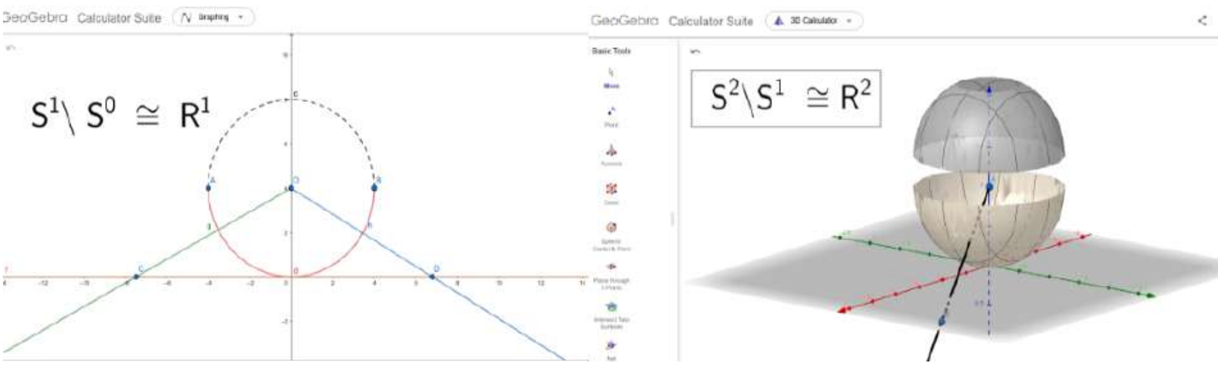


Рис. 6.3: Размерности полусфер и гиперплоскостей

Далее, для случая двумерной плоскости, открытой сферой становится привычный круг, исключая окружность. Наконец - открытый отрезок, исключая конечные точки.

Definition 6.1 В результате получится последовательность не пересекающихся геометрических элементов на сфере ряда размерностей от 1 до n-1. Это так называемые гипермеридианы, которые пригодятся нам в дальнейшем.

’ Теперь представим себе каскад непрерывно следующих сфер и меридианов, охватывающий каждую из этого множества. Допустим, что отыскалась $\exists$ - тройка натуральных чисел a, b, c , удовлетворяющих (2.1), тогда в этом случае каждая точка пространства в интервале между средней и большой сферами отобразится в малую сферу $k\int_b^c r^{n-1}dr = k\int_o^a r^{n-1}dr$, где k - некоторый коэффициент, зависящий от размерности пространства n. В силу симметрии конструкции любое множество этих сфер может быть отображено в множество других сфер меньшего радиуса, число малых сфер, очевидно, должно быть больше в силу условия равенства мер.

При объяснении интеграла преподаватели часто оперируют понятиями разбиения фигуры, шара B_r^n на отдельные части или дифференциала $S_r^{n-1}\Delta n$, (здесь $\Delta n = 1$) как при разрезании лимона, которые затем собираются в единое целое. Но применение высшей математики здесь будет излишним. Вместо записи интегралов для послойного сравнения множества сфер достаточно записать приведенное здесь уравнение в терминах теории множеств и отношений эквивалентности. Заметим, что $S^m \backslash S^{m-1} \cong \mathbb{R}^m, dim(S^m \backslash S^{m-1}) = m$, где $\mathbb{R}^m$ - размерность пространства m, что наглядно следует из. Рис. 6.3, который можно интерпретировать как отслеживание траектории луча света, испущенного из точечного источника. Очевидно взаимно однозначное отображение точки в точку в образе и прообразе.

$$\{S_j\} \mapsto \{....S_i\} \tag{6.1}$$

это означает, что множество из одного элемента, содержащее единственный слой S_j, отображается на множество слоёв, содержащего несколько элементов S_i с помощью функции эквивалентности, при этом точка отображается в точку, элементарный куб - в элементарный куб: $1^n \mapsto 1^n$. Другими словами, существует некоторая функция эквивалентности $f(X) \to Y$, отображающая открытое множество X на множество Y. В отношениях эквивалентности каждый образ имеет прообраз.

В нашей конструкции множество непрерывно следующих друг за другом сфер с целочисленными радиусами, образуют открытые шары.

Примеры индуцированной топологии

В начальной школе изучается текстура спиленного дерева, слоистая структура земной коры в разрезе, следы слоев на зонде, извлеченном из сверхглубокой скважины - всё это примеры индуцированной топологии.

Великая теорема Ферма исключает существование такой симметричной конструкции при соблюдении условий эквивалентности и непрерывности. Почему? Чтобы понять этот феномен, необходимо проанализировать уравнение (6.1) по элементам:

Таблица 6.1: Любая сфера из прообраза отображается в образ отдельно по каждому элементу.

n-1 Сфера	S^{n-2}-гипермеридиан	…	Элемент S^2-сфера	S^1 -окруж.	Радиус
S_j^{n-1}	$S_j^{n-2} \backslash S_j^{n-3}$	…	$S_j^2 \backslash S_j^1$	$S_j^1 \backslash S_j^0$	j
$\downarrow$ S_i^{n-1}	$\downarrow$ $S_i^{n-2} \backslash S_i^{n-3}$	… …	$\downarrow$ $S_i^2 \backslash S_i^1$	$\downarrow$ $S_i^1 \backslash S_i^0$	… i
S_{i-1}^{n-1} …	$S_{i-1}^{n-2} \backslash S_{i-1}^{n-3}$ …	… …	$S_{i-1}^2 \backslash S_{i-1}^1$ …	$S_{i-1}^1 \backslash S_{i-1}^0$ …	i-1 …

Каждый слой содержит элементы размерностью от 1 до n-1. Здесь исследуемая структура заполнялась слоями от периферии j... i, (i-1) к центру, поэтому индексы перечислены в порядке убывания. Функция эквивалентности сопоставляет каждый элемент слоя S_j в отдельности с множеством элементов соответствующей размерности. При этом в силу симметрии из любого элемента слоя гипермеридиан более низкой размерности может быть выбран произвольно, подобно тому, как произвольно выбирается грань / ребро куба.

Обеспечить одновременное соответствие элементов слоя более чем по одной размерности невозможно из-за неразрешимости для n > 2 сформулированной ниже системы из n-1 уравнений, где i и j - натуральные радиусы концентрических сфер:

$$\begin{cases} j^{n-1} = i^{n-1} + (i-1)^{n-1} + \dots \\ \dots \\ j^2 = i^2 + (i-1)^2 + \dots \\ j = i + (i-1) + \dots \end{cases} \tag{6.2}$$

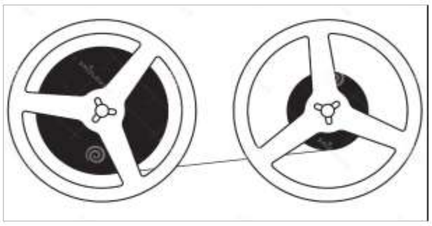
Каждое уравнение содержит два и более слагаемых справа. Этот ряд уравнений продолжается от n-1 до степени 1. Любой элемент произвольной размерности может быть

7 Пифагоровы 3-ки ∃ только на 2D плоскости

Пифагоровы 3-ки существуют только на 2D плоскости. Закономерно вытекает вопрос: почему? Пифагоровы тройки использовались для вычислений ещё древнейшей цивилизацией Шумеров за тысячелетия до рождения самого Пифагора для решения тригонометрических задач, включая сложение / вычитание углов. В чем особенности двумерной плоскости по сравнению с n-мерным пространством $n \geq 3$? Пифагоровам треугольникам посвящена книга [Сер59].

[Сер59]: Серпинский (1959), Пифагоровы треугольники

Чтобы найти простейший ответ, можно воспользоваться старым добрым магнитофоном, в котором лента перематывается с левой катушки на правую или наоборот. В этом случае сумма площадей левой и правой бобины ленты остается постоянной и равна толщине ленты, умноженной на ее длину.



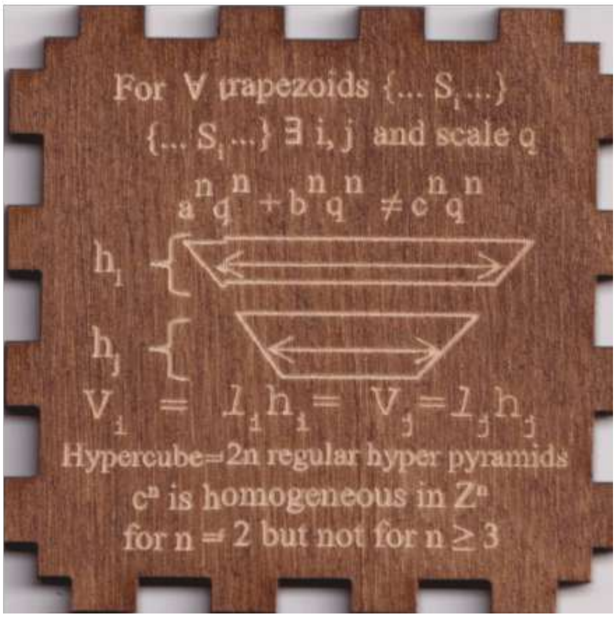


Рис. 7.4: Эквивалентность слоев на 2D-плоскости для кругов и квадратов. Справа - фотография грани авторского 3D-куба согласно заявке патента на пром. образец № 2021501435/49 от 20.03.2021

Допустим, мы зафиксировали момент, когда левая катушка/ бобина имеет радиус j бoльший, чем правая i. Когда мы говорим о необходимости сохранения симметрии фигуры при непрерывном отображении или перемещении слоя, это означает, что один оборот ленты слева должен укладываться в целое число оборотов бобины справа: два,

АВС-гипотеза: от эксперимента к теории | 3

1 Введение

АВС-гипотеза в теории чисел была сформулирована независимо математиками Дэвидом Массером в 1985 году и Джозефом Эстерле в 1988 году. (Далее по тексту: АВС-гипотеза). Формулировка Гипотезы заключается в следующем. Для любых положительных целых взаимно-простых чисел a, b, c, удовлетворяющих уравнению $a+b = c$, произведение радикалов чисел АВС обычно ненамного меньше, чем С. Это можно выразить более точно с помощью формул $max(a,b,c) < K_{\epsilon} Rad(abc)^{1+\epsilon}$, где K_{ϵ} зависит только от некоторого положительного действительного числа ϵ. Функция Rad - это радикал чисел a, b, c, равный произведению простых сомножителей, образующих эти числа, но возведенных в первую степень, например, $Rad(8) = Rad(2^3) = 2$, $Rad(1000000) = Rad(2^6 * 5^6) = 30$.

Эквивалентная формулировка АВС гипотезы включает в себя показатель качество тройки

$$q(a,b,c) = \frac{log(c)}{logRad(abc)} = \frac{ln(C)}{lnRad(abc)} \qquad (1.1)$$

которое определяется следующим образом: для $\forall$ положительного действительного числа ϵ $\exists$ только конечное число троек a, b, c из взаимно простых натуральных чисел, удовлетворяющих соотношению $a + b = c$, таких, что $q(a,b,c) > 1 + \epsilon$.

Выдающиеся математики западного мира потратили много сотен страниц на поиск доказательств, и процесс поиска доказательств продолжается.

---

2 Ключевая идея доказательства

Давайте рассмотрим пример производства партии заводской продукции, например шкафа купе, где ширина каж-

Обратите внимание строчные буквы здесь обозначают случайные величины.

дой двери соответственно: $A + B = C$ сантиметров.

Это эталонное значение, но на практике возможны как систематические, так и случайные ошибки. Допустим, благодаря менеджменту качества продукции систематические ошибки устранены, но остаются неизбежные случайные погрешности за счет неконтролируемых факторов.

Научный поиск

ABC-гипотеза в теории чисел была сформулирована независимо математиками Дэвидом Массером в 1985 году [MC85] и Джозефом Эстерле в 1988 году.

[MC85]: Masser и др. (1985), «Proceedings of the Symposium on Analytic Number Theory / W. W. L. Chen. — London:»

Предположим, что закон распределения ширины каждой двери - независимых случайных величин имеет одинаковое стандартное отклонение σ, а их математические ожидания соответственно равны $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ Из основ математической статистики ([Худ70]) мы знаем, что погрешность измерения в последней формуле равна: $\sim \frac{\sqrt{\sigma_A{}^2+\sigma_B{}^2+\sigma_C{}^2}}{\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{3}\sigma}{\sqrt{N}}$, где N - количество партий продукции, использованных в эксперименте - это размер выборки.

[Худ70]: Худсон (1970), Статистика для физиков

Таблица 2.1: Гомоморфизм алгебр

Трудность понимания $\longrightarrow$			
Простые числа $2.3.5.7.11\dots a = \prod_p p^{\alpha(p)}$	Целочисленные многочлены $f = c\prod_p p^{\alpha(p)}$	Системы ЛДУ. Матрицы $\mathbf{y} = \mathbf{A}(t)\mathbf{y}$	Q=Квантовая механика. Линейные операторы $\widehat{H}\psi = E\psi$ и формула энтропии $S = -\sum_i w_i ln(w_i)$
Простое в степени k Основная теорема арифметики	неприводимые многочлены $(\lambda - a_i)^k$ Возможность алгебраических операций	$R = R_1 \oplus R_2 \cdots \oplus R_i$ Инвариантные подпространства. Характеристический многочлен. Описание динамических процессов	Вырожденный энергетический уровень. Моделирование микромира
$\longleftarrow$ Основания			

От этого простого примера мы можем перейти к доказательству ABC-гипотезы. Для этого необходимо применить основы теории арифметики, перейти к простым целочисленным многочленам и линейным отображениям, жордановым матрицам и квантовой механике. Алгебры всего вышеперечисленного находятся в отношениях гомоморфизма. Одни и те же простые числа, взятые из цепочки $Rad(abc)$, играют роль корней целочисленного многочлена, характеристического многочлена матрицы линейного отображения, корневых векторов линейного пространства, разложенных на прямую сумму инвариантных подпространств, и собственных значений для матрицы линейного отображения, гамильтиана оператора квантовой системы.

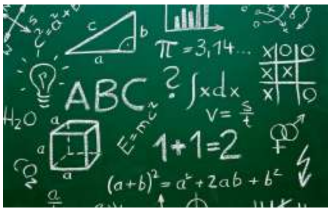
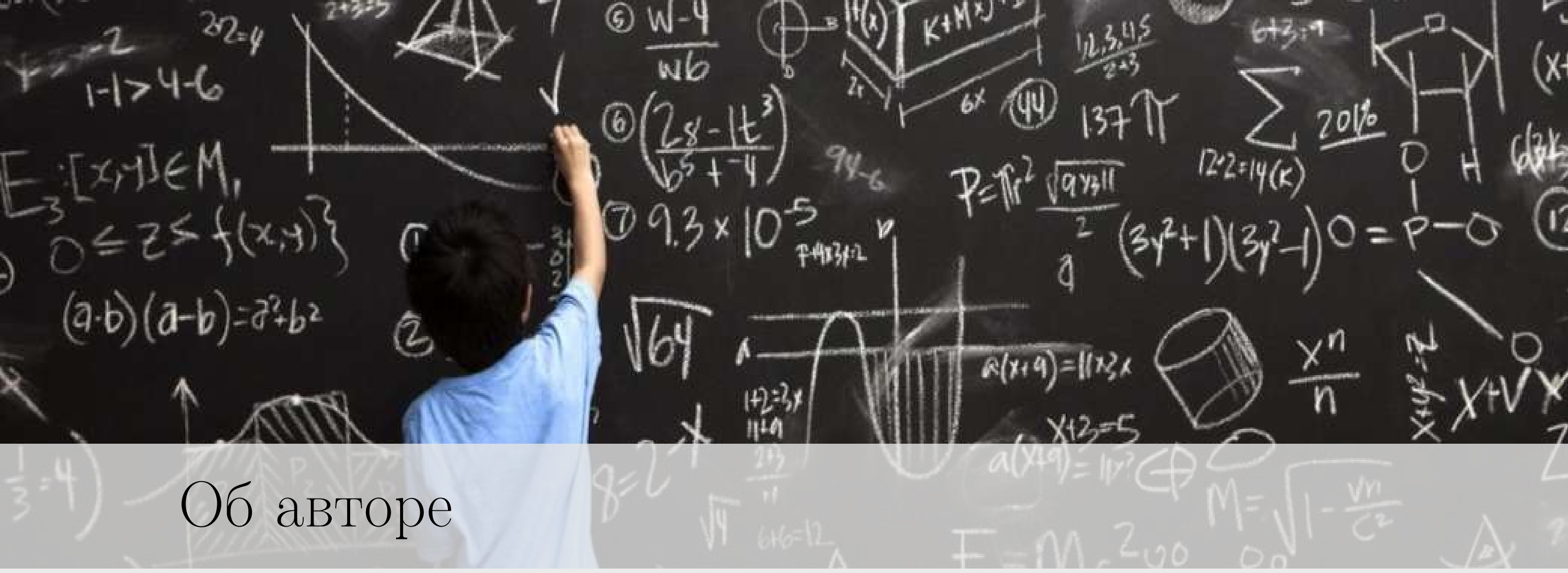


Рис. 2.1: ABC гипотеза объясняется с позиции школьных знаний: погрешности измерений в эксперименте, I и II начал термодинамики, принципа неопределённости из квантовой механики, линейных отображений, законов сохранения энергии-импульса

Сосредоточимся на собственных значениях или корнях и убедимся, что среднее значение логарифма матриц, т.е среднего значение суммы элементов на главной диагонали, от так называемого следа матрицы, не изменяется даже в случае появления кратных корней из той же цепочки простых чисел в первой степени $lnRad(abc)$. Если последнюю формулу разделить на число элементов на главной диагонали то получится энтропия исследуемой системы S.

Поскольку энтропия - такая же аддитивная величина, как и число частиц в изолированном сосуде, и обе величины являются так называемыми интегралами движения, легко вычислить относительное стандартное отклонение квадрата $\sim \frac{1}{\sqrt{S}}$, где S - энтропия частицы. исследуемой системы. Осталось вычислить S = $\frac{lnRad(abc)}{L}$, где L - длина главной диагонали (ненулевых элементов) матрицы и одновременно количество простых чисел в цепочке 1.1.

И наконец, важно сделать решающий шаг к статистической матрице системы в Гильбертовом пространстве, где размер матрицы бесконечен. При появлении нескольких корней вероятность обнаружения микрообъекта в заданном состоянии "размазывается"по главной диагонали статистической матрицы системы в соответствии со степенью корней (вырождением энергетического уровня). Это доказывает теорему и позволяет нам оценить так называемое качество тройки $q(a, b, c)$, но более подходящим термином будет дефект или флуктуация ограниченной сверху функцией с нормальным распределением (речь идёт об энтропии исследуемой системы) и применить теорему Чебышёва, как это подробнее будет рассказано ниже.



Об авторе

Марат Александрович Авдыев, директор Союза “Сибирский центр медиации” с 2000 года, тренер-медиатор, физик, выпускник физико-математической школы при Новосибирском государственном университете, дипломированный физик этого же университета и выпускник аспирантуры Новосибирского государственного университета. Практикующий юрист-правозащитник и тренер -медиатор 25 лет практики разрешения "тупиковых конфликтов"в самых разных социальных сферах. Консультант Правительства Амурской области, Правительства Забайкальского края, АО "Самрук-Казына"(Казахстан), Новосибирского завода химконцентратов (группа "Росатом") и других.

Свою практику начинал в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН. Автор около пятидесяти научных статей и ряда научных монографий. Продюсер учебных фильмов и мультфильмов по физике, математике, разрешению конфликтов. Имеет ряд свидетельств о регистрации базы данных для ЭВМ. Автор кратких версий доказательств Великой теоремы Ферма и ABC-гипотезы.

Marat Alexandrovich Avdyev, Director of the Siberian Mediation Center Union since 2000, mediator coach, physicist, graduate of the Physics and Mathematics School at Novosibirsk State University, graduate physicist at the same University and graduate of the Novosibirsk State University graduate School. He is a practicing human rights lawyer and mediator coach with 25 years of practice in resolving "deadlock conflicts"in a variety of social spheres. Consultant to the Government of the Amur Region, the Government of the Trans-Baikal Territory, Samruk-Kazyna JSC (Kazakhstan), Novosibirsk Chemical Concentrates Plant (Rosatom Group) and others.

He started his practice at the Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS. He is the author of about fifty scientific articles and a number of scientific monographs. Producer of educational films and cartoons on physics, mathematics, conflict resolution. He has a number of certificates of registration of a computer database. The author of short versions of the proofs of Fermat’s Last Theorem and the ABC conjecture.

Блог автора в ВКонтакте:
https://vk.com/emediator Эл. почта: marat@emediator.ru

Существует ли короткий и простой способ доказать Великую теорему Ферма? ABC гипотезу? Обе теоремы формулируются очень просто, но чрезвычайно сложно доказываются. Сотни страниц были потрачены выдающимися математиками Западного мира на поиск доказательств, и научный поиск продолжается.
В этой монографии автор приводит методы доказательства обеих головоломок, понятные школьникам и студентам, на основе синтеза ряда наук, включая физику. Сделано обобщение о роли простых чисел во Вселенной. Теория чисел играет интересную роль в педагогике.

$$max(a,b,c) < K_\epsilon Rad(abc)^{1+\epsilon}$$

Марат Авдыев

Союз "Сибирский Центр медиации"
2024